

# 基于视觉特征的尺度空间信息量度量

王郑耀<sup>1)</sup> 程正兴<sup>1)</sup> 汤少杰<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(西安交通大学理学院, 西安 710049) <sup>2)</sup>(西安交通大学电信学院图像处理和模式识别研究所, 西安 710049)

**摘要** 图像的多尺度表示指的是从原始图像出发, 导出一系列越来越平滑、简化的图像。这种简化意味着信息的丢失。如果能定量描述每一个尺度中图像的信息, 这对于多尺度表示来说有着重要的作用。虽然 Sporring 等人提出的尺度空间信息熵度量能解决一些问题, 但是并不满足从视觉理论和直观的基础上提出的尺度空间信息量度量的基本要求, 例如形态不变性等, 为此在 Marr 视觉理论上定义了一个新的具有视觉意义的尺度空间信息度量, 并在典型的高斯尺度空间中, 证明了它确实满足从视觉理论和直观的基础上提出的尺度空间信息量度量的基本要求。数值试验验证了这种定义在视觉上是可靠的, 从而为图像尺度的自适应选择提供了一种可靠的方法。

**关键词** 尺度空间 高斯尺度空间 信息度量 自适应尺度选择

**中图法分类号:** TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2005)07-0922-07

## Information Measures of Scale-space Based on Visual Characters

WANG Zheng-yao<sup>1)</sup>, CHENG Zheng-xing<sup>1)</sup>, TANG Shao-jie<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>(Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

<sup>2)</sup>(Institute of Image processing and Pattern Recognition, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

**Abstract** The basic idea behind a multi-scale representation is to embed the original image into such a one-parameter family of derived images, which become more and more smooth and simple. The simplification means the loss of details and information. It is important to measure the information of an image at a given scale and the loss between scales. Based on the vision theory and intuition of image processing, the paper proposed seven principles: nonnegativity, causality, Geometric invariability and so on. Sporring and Weickert have proposed a method of information measures. But Sporring's measure can not satisfy the principles proposed in this paper. This paper presented a new information measure based on the Marr's Vision Theory. In Gaussian Scale space of one dimension, we used the number of the first-class and the second-class of points as the information measure. Use the theory of Gaussian scale space, this paper has proofed that the new measure method satisfies the principles proposed. Then we extend the method in two dimensions directly. Experimental results proof its reliability. So this is a good choice of information measures of scale-space based on the visual characters.

**Keywords** scale space, Gaussian scale space, information measures, scale selection

## 1 引言

如今,多尺度技术(multi-scale techniques)在计算机视觉和图像处理技术中越来越得到理论上和应用上的关注<sup>[1-3]</sup>。所谓计算机视觉就是一个根据图像发现周围景物中有什么物体和物体在什么地方的过程,也就是从图像得到对观察者有用的符号描述的过程。众所周知,人在不同的距离下,观测同一图

像获得的感受是不一样的,如远距离看到是图像轮廓,近距离下看到的是更多细节,这就是尺度效应。由于物体只在某些尺度下呈现出来,而在更小的尺度或者更大的尺度下,它们就消失了,而计算机视觉的一个重要的任务就是对物体或者特征进行识别,但是事实上只有在特定的尺度下,这些物体或者特征才会出现,因此尺度选择十分重要。

所谓尺度空间技术就是从原始图像出发导出一系列越来越平滑、越来越简化的图像。由于这种简化

收稿日期:2004-07-05;改回日期:2004-11-28

第一作者简介:王郑耀(1980~),男,2003年获西安交通大学理学学士学位,现为西安交通大学理学院硕士研究生。主要研究方向为计算机视觉、边缘检测、小波分析。E-mail:wangzhengyao@126.com

对视觉来说就意味着细节和信息的丢失,因此,定量描述每一个尺度的信息以及信息的丢失对于多尺度表示有十分重要的理论价值和应用价值,例如可以用来做尺度自适应选择。Sporring 等提出了一个信息度量的方法<sup>[4,5]</sup>,它是信息论中信息熵概念的推广。这个定义不仅能解决一些问题,而且对尺度空间理论很有意义,并已在尺度的自适应选择中有了应用。

本文从视觉和图像处理中的直观事实出发,对图像的“信息”进行了分析和理解,并在此基础上提出了多尺度空间信息量度量必须满足的一些要求,如正性、因果性、区域可加性等等。这些要求不仅是自然的,而且是有视觉意义的。可惜 Sporring 等的信息熵不完全满足这些要求。

本文在 Marr 视觉理论<sup>[6]</sup>基础上,利用图像的特征点,定义了一个新的具有视觉意义的尺度空间信息量度量方法,并在典型的高斯尺度空间中,证明了它确实满足本文提出的对尺度空间信息量度量的要求。最后通过数值试验验证了它的可靠性,从而为图像尺度的自适选择提供了一种可靠的方法。

## 2 高斯尺度空间

### 2.1 尺度空间

图像多尺度表示的基本思想是:把原图像嵌入到一族从原图像导出的含有一个自由参数的图像中去,以使得这族图像是对多尺度观测的一个仿真,如图 1 所示。

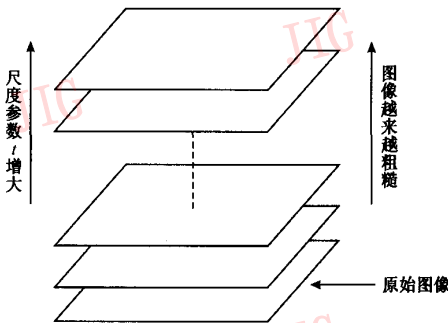


图 1 图像的多尺度表示(源自文献[3])

Fig. 1 Multiscale representation of images, from [3]

显然,图像的多尺度表示的基本要求是大尺度下图像的结构是小尺度下图像结构的简化。由于这种简化可以通过图像的平滑来完成,所以就有以下很多种建立图像多尺度表示的方法:①卷积核生成的多尺度表示<sup>[7,8]</sup>,如高斯多尺度表示;②小波多尺

度表示;③基于扩散方程的图像多尺度表示。除此之外,还有一些直接建立在离散图像上的多尺度表示<sup>[2]</sup>,其中目前研究的比较多的是基于数学形态学方法的多尺度表示<sup>[9,10]</sup>。

由于本文是在高斯尺度空间中来建立信息度量,所以下面主要介绍高斯尺度空间。下面先引入以下两个符号:

**定义 1** 将 1 维连续图像函数记作  $f(x)$ :  $x \in \Omega \subset \mathbb{R}$ ,  $\Omega$  为有界开集;并且假设  $f(x)$  充分光滑、有界  $0 \leq f(x) \leq M, 0 < M < +\infty$ ,在不引起混淆的情况下,记为  $f(x)$ 。

**定义 2** 将 2 维离散图像函数记作  $P(m, n)$ :  $1 \leq m \leq M, 1 \leq n \leq N$ 。

### 2.2 高斯尺度空间

高斯函数作为卷积核生成的尺度空间是目前最完善的尺度空间之一, Witkin 在图像分析的过程中第 1 次提出了“尺度空间”这个词<sup>[11]</sup>,当时使用的就是高斯函数做卷积核得到的尺度空间。下面本文以 1 维为例进行说明。

1 维时的高斯函数为  $g_\sigma(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} \times \exp(-x^2/2\sigma^2)$ 。令尺度空间  $f(x, t) = S_t(f(x)) = f(x) * g_t(x)$ , 这里  $*$  表示函数卷积,  $S_t$  是尺度变换算子。由于  $f(x)$  与高斯函数做卷积相当于对  $f(x)$  做低通滤波,而且随着  $t$  的变大,可得到越来越平滑图像,因此,  $f(x, t)$  就定义了一个尺度空间,其中,参数  $t$  叫尺度参数。高斯尺度空间满足以下的性质:

- (1) 线性性:卷积是一个线性算子;
- (2) 因果性:如果把零交叉点作为图像特征,则图像的特征的个数随着  $t$  的增加是非增的<sup>[12]</sup>;
- (3) 半群性质:令  $\tilde{S}_t = S_{\sqrt{t}}$ , 对算子  $\tilde{S}_t$  有  $\tilde{S}_{t_1} \circ \tilde{S}_{t_2} = \tilde{S}_{t_1+t_2}$ , 并且  $\tilde{S}_0 = S_0 = Id$ <sup>[13]</sup>;
- (4) 高斯滤波器很容易推广到 2 维,而且 2 维的高斯函数是旋转对称的。

对图像和高斯滤波器的离散后就得到离散的尺度空间,并可推广到 2 维。由于高斯尺度空间理论简单,并且有快速算法<sup>[13]</sup>,所以是使用最广泛的尺度空间。

## 3 尺度空间的信息量度量定义的基本要求

对图像建立多尺度表示后,接下来的工作就是如何根据实际问题选择合适的尺度,这就是尺度的自适应选择问题。如果能对特定尺度下的图像中包

含的信息进行度量,那么通过度量的大小就能判断该尺度下图像的复杂程度。这就为实现尺度的自适应选择打下了基础。本节将讨论尺度空间中建立信息量度的基本要求。

根据 Marr 计算理论<sup>[6]</sup>,图像中的信息就是图像中可以提供给人们关于图像中存在“物体”和这些物体的关系以及与人的关系等要素,且这些要素是通过空间上颜色的变化呈现出来的。由于颜色可以分为亮度和色度,而灰度图像只有亮度,因此灰度图像是根据亮度在空间上的变化提供信息的,而且它能反映图像形状特征。由于本文只讨论灰度图像,因此本文所说的信息主要指形状信息, Marr 认为,视觉最主要的任务就是提供形状信息。

若将尺度空间  $f(x, t)$  的信息量记作  $I_t, I_t = I[f(x, t)], t \geq 0$ , 则直观地说,  $I_t$  应该有以下性质:

(1) 非负性 指尺度空间中图像的信息量是非负值泛函,即  $\forall t \geq 0$ , 有  $I_t \geq 0$ ;

(2) 因果性 根据尺度空间的因果性理论可知,由于大尺度是小尺度的平滑和简化,所以尺度空间中图像的信息量随着尺度的增加而减少;如果  $t_1 > t_2$ , 则  $I_{t_1} \leq I_{t_2}$ ;

(3) 灰度反转不变性 即灰度的反转并不改变信息。这个性质是直观的,如在 256 色灰度图像中,如果将灰度值变为 255 减去原来的灰度,那么对视觉来说,图像的内容没有发生改变。其可用公式表达为  $I[f(x, t)] = I[M - f(x, t)], M \geq f(x, t)$  为一常数;

(4) 局域可加性 即整体信息是局部信息之和。公式表达为:如果  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ , 其中  $\Omega, \Omega_1, \Omega_2$  均为开集,并且  $f_\Omega$  表示  $f(x, t), x \in \Omega$ , 则  $I_t[\Omega] = I_t[f_{\Omega_1}] + I_t[f_{\Omega_2}] - I_t[f_{\Omega_1 \cap \Omega_2}]$ ;

(5) 形态不变性 图像的灰度的线性变换不改变信息的度量。假设  $p(x) = x + c$  ( $c$  为常数) 或者  $p(x) = kx$  ( $k$  为常数), 则  $I[p[f]] = I[f]$ ;

(6) 几何不变性 图像信息的度量与图像的坐标系没有关系;

(7) 规范性 灰度一致的图像,即  $f(x, t)$  等于常数,其信息度量为零。

## 4 尺度空间的信息熵及其局限性

Sparring 提出了尺度空间的信息熵概念<sup>[4]</sup>,后来又和 Weickert 合作引入了信息阶的概念<sup>[5]</sup>,并将信息熵定义一般化。这些概念都是直接从 2 维离散

情形下得到,然后推广到连续域中。Sparring 和 Weickert 的信息熵概念简介如下:

**定义 3** 将 2 维离散图像记作  $P = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_N)$ , 其中  $p_i (i = 1, \dots, N)$  表示像素值,这里用简单的 1 维指标来表示 2 维像素,并将相应的尺度空间记作  $P^{(t)} = (p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \dots, p_N^{(t)})$ , 其中  $t$  是尺度参数。

**定义 4**  $t$  尺度下,图像的信息熵  $E_{\alpha, t}(P)$  定义为

$$E_{\alpha, t}(P) = \log \left( \sum_{n=1}^N (p_n^{(t)})^\alpha / (1 - \alpha) \right), \alpha \neq 1$$

$$E_{1, t}(P) = - \sum_{n=1}^N (p_n^{(t)} \log(p_n^{(t)})),$$

$E_{1, t}(P)$  就是 Shannon-Wiener 熵。

通过上述定义和文献<sup>[5]</sup>中的引理 1, 2, 3 可以知道,因果性是满足的,一般地说,也容易知道,区域可加性、灰度反转不变性、形态不变性是不满足的。

由于尺度空间和热扩散作用有紧密联系,而信息熵正是热力学中的概念,因此两者有着深刻的背景,另外,由于 Sparring 等证明了信息熵与统计直方图、图像的矩之间的关系,因此,信息熵从统计角度反映了尺度空间的信息量。这种信息量的度量方法一方面在实践中取得了一些成功;另一方面,上述分析又说明这种尺度空间的信息量度量方法不完全满足本文提出的要求,因此具有很大的局限性。

## 5 1 维图像尺度空间的信息量度量

### 5.1 尺度空间的信息量度量

图像的特征有统计特征,也有视觉特征。而信息熵度量技术就是通过图像的统计特征定义的,因此本文试图从图像的视觉特征来度量图像信息量的大小。

Marr 视觉理论<sup>[6]</sup>认为,决定图像亮度的主要因素有 4 个,即几何关系、可见表面的反射情况、景物的照明情况和观察点的方位;但在图像中所有这些因素是混杂在一起的。在视觉处理的第 1 阶段所作处理的目的是要分清楚哪一些变化是由哪一些因素引起的,进而建立一些表象,并用这些表象把上述 4 个因素区分开来。

Marr 认为可通过以下 3 个步骤来实现这一目的:第 1 步,由图像中灰度的变化和结构来获得适当的表象。这一步得到的表象称为初始简图 (primal sketch);第 2 步,通过对初始简图进行一系列处理运算来推导出一个能反映可见表面几何特征的表

象,称为 2.5 维简图;第 3 步是被观察形状的 3 维结构组织在以物体为中心的坐标系中的表象,以及在这种坐标系下对物体表面性质的一些描述,这个阶段称为 3 维模型表象。

由于 Marr 视觉理论中的初始简图是由图像亮度的变化中直接推导出来的第 1 个表象,它的基元在很大程度上直接反映了物理实在,因此,初始简图中要素的数量就可以作为一个十分好的信息度量标准。初始简图中的要素有:边缘、棒,斑点和端点,它们都是通过对图像像素灰度变化的检测和定位而得到的。这些基元就构成了图像的视觉特征。初始简图的生成是一个比较困难的问题,为了简单地选用视觉上重要的特征点来进行信息度量,这里仅对 1 维图像进行讨论,下一节将其推广到 2 维情形。

1 维图像如定义 1 所述。此时,图像的特征点有局部非平凡极值点和非平凡拐点(图像局部灰度变化最剧烈的像素点),其中的第 1 类点恰好是屋脊型边缘(ramp edge)的特征,第 2 类点恰好是阶梯型边缘(step edge)的特征。由于人的视觉对两种点比较敏感。因此这两类特征点在生成图像初始简图中,有十分重要的作用。另外,在尺度空间理论中,这两类点也是非常重要的。大家知道,因果性是尺度空间中最重要性质,在第 2 节中已经说过高斯尺度空间中因果性是根据第 2 类特征点来定义的,而数学形态学多尺度空间中的因果性是通过第 1 类特征点定义的。

假设:图像中的极值点和拐点的个数是有限的,因为给定一幅图像,它总是在一个特定的尺度下得到的,而比这个尺度小的细节是不可能获得的,所以这个假设是合理的。

下面将在固定的尺度  $t$  下考虑信息量的定义,其中,定义 5,定义 6,定义 7 中设  $f(x) = f(x, t)$ 。

定义 5 1 维图像函数  $f(x)$  的第 1、2 类特征点的集合  $\Phi_1(f), \Phi_2(f)$  分别定义为

$$\Phi_1(f) = \{x \in \Omega; f'(x) = 0; \exists \varepsilon, \text{使得 } \forall y \in ((x - \varepsilon, x) \cup (x, x + \varepsilon)) \cap \Omega, f'(y) \neq 0\}$$

$$\Phi_2(f) = \{x \in \Omega; f''(x) = 0; \exists \varepsilon, \text{使得 } \forall y \in ((x - \varepsilon, x) \cup (x, x + \varepsilon)) \cap \Omega, f''(y) \neq 0\}$$

其中,  $f'(x), f''(x)$  分别表示函数的 1 阶导数和 2 阶导数。

定义 6 1 维图像函数  $f(x)$  的特征点的集合  $\Phi(f)$  定义为  $\Phi(f) = \Phi_1(f) \cup \Phi_2(f)$ 。

定义 7 1 维图像函数  $f(x)$  在  $t$  尺度下的信息

量  $I_t(f)$  定义为  $I_t(f) = |\Phi(f)|$ , 其中,  $|\cdot|$  表示集合中元素的数量。

由假设知,  $I_t(f)$  是有限非负整数,所以定义是合理的。

### 5.2 尺度空间的信息量度量的合理性

下面本文就以高斯尺度空间为例来证明这一信息度量的合理性。图像函数  $f(x)$  的高斯尺度空间为  $f(x, t)$ , 其中  $f(x, t)$  如前定义, 于是,  $f(x, t)$  就构成了半平面  $\Theta = \{(x, t) | x \in (-\infty, +\infty), t \in (0, +\infty)\}$  上的曲线。

引理 1 如果高斯尺度空间  $f(x, t)$  如上定义,

$$\text{则 } \left(\frac{\partial}{\partial t} - t \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) f(x, t) = 0, \text{ 而且进一步}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - t \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \frac{\partial^n f}{\partial x^n}(x, t) = 0, n = 1, 2, 3, \dots$$

引理 1 是文献[12]中定理 1 的推广,利用卷积性质直接就可以证明。

定义 8  $f(x, t)$  的零交叉点集是满足  $f(x, t) = 0$  的点的集合;  $f(x, t)$  的  $n$  阶零交叉点集是满足

$$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}(x, t) = 0 \text{ 的点的集合, } n = 1, 2, 3, \dots$$

定理 2  $f(x, t)$  的任意  $n$  阶零交叉点 ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) 随着尺度  $t$  的增加可能会减少,但是绝对不会增加。注:本定理是文献[12]上定理 2 的推广。

证明 以下记  $f(x, t) = \frac{\partial^0 f}{\partial x^0}, f^{(n)}(x, t) = \frac{\partial^n f}{\partial x^n}$ , 将

$$f^{(n)}(x, t) \text{ 对 } t \text{ 或者 } x \text{ 的偏导数分别记作 } f_{i,t}^{(n)}(x, t) = \frac{\partial f^{(n)}(x, t)}{\partial t}, f_{x,i}^{(n)}(x, t) = \frac{\partial f^{(n)}(x, t)}{\partial x}, f_{x,t}^{(n)}(x, t) = \frac{\partial^2 (f^{(n)}(x, t))}{\partial x \partial t} \text{ 等; 对任意 } n = 1, 2, 3, \dots, \text{ 方程}$$

$$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}(x, t) = 0 \tag{1}$$

就决定了  $f(x, t)$  的零交叉点曲线  $t_n(x)$ 。若把  $t_n$  看作是  $x$  的函数(将  $t_n$  关于  $x$  的 1、2 阶导函数分别记作  $t'_n(x), t''_n(x)$ ), 对式(1)两边关于  $x$  求导数, 则可得

$$0 = f_x^{(n)}(x, t) + f_{i,t}^{(n)}(x, t) t'_n(x) \\ 0 = f_{x,x}^{(n)}(x, t) + f_{x,t}^{(n)}(x, t) t'_n(x) + [f_{i,x}^{(n)}(x, t) t'_n(x) + f_{i,i}^{(n)}(t'_n(x))^2] t'_n(x) + f_{i,t}^{(n)}(x, t) t''_n(x)$$

曲线  $t_n(x)$  的极值点满足  $t'_n(x) = 0$ , 而且在这些点上

$$0 = f_{x,x}^{(n)}(x, t) + f_{x,t}^{(n)}(x, t) t'_n(x) + [f_{i,x}^{(n)}(x, t) t'_n(x) + f_{i,i}^{(n)}(t'_n(x))^2] t'_n(x) + f_{i,t}^{(n)}(x, t) t''_n(x) \\ = f_{x,x}^{(n)}(x, t) + f_{i,t}^{(n)}(x, t) t''_n(x)$$

所以,  $t_n''(x) = -\frac{f_{x,x}^{(n)}(x,t)}{f_x^{(n)}(x,t)}$ , 由引理 1 可知,  $t_n''(x) = -1/t < 0$  也就是说,  $t_n(x)$  的极值点总是上凸的, 所以定理成立。另外, 还具有以下性质:

(1) 因果性 由定理 2 可知, 由于图像函数  $f(x)$  的第 1 类特征点和第 2 类特征点的数目随着尺度  $t$  的增加可能是减小的, 但是一定不会增加, 所以因果性成立。

(2) 形态不变性 令  $\tilde{f}(x,t) = k \cdot f(x,t) + c$ ,  $k, c$  均为正常数; 则  $\tilde{f}(x,t)$  和  $f(x,t)$  关于  $x$  的 1、2 阶偏导数满足  $\tilde{f}_x(x,t) = k \cdot f_x(x,t)$ ,  $\tilde{f}_{x,x}(x,t) = k \cdot f_{x,x}(x,t)$ , 可见, 在灰度的线性变换下, 图像的信息量是不变的。

(3) 由于本文采用微分的零交叉点定义了信息度量, 所以区域的可加性、灰度的反转不变性、灰度为常数的图像其信息量为零等是显然正确的。

## 6 推广到 2 维离散情形

真正实用的信息量度量应该是 2 维离散情形下定义的, 下面本文将前述理论直接推广到 2 维离散情形。此时, 图像的定义如定义 2 所述。

任意  $1 < m_0 < M, 1 < n_0 < N$ , 如果图像在  $(m_0, n_0)$  点处的像素结构可以看作如图 2 所示的 4 个方向, 且在每一个方向上都可以将图像看作是 1 维的图像(以下称为  $(m_0, n_0)$  像素的 4 条邻接边), 则可以利用 1 维图像信息量的度量来定义 2 维离散图像的信息量。定义 2 维离散图像的第 1 类特征点为 4 条邻接边上图像均为第 1 类特征点的像素点; 定义 2 维离散图像的第 2 类特征点为 4 条邻接边上图像均为第 2 类特征点的像素点(用  $P_{m,n}$  表示图像  $P$  的第  $(m,n)$  个像素的像素值), 即

$$\Phi_1(P) = \{(m,n) : 1 < m < M, 1 < n < N; \\ (P_{m,n} - P_{m-1,n})(P_{m,n} - P_{m+1,n}) > 0; \\ (P_{m,n} - P_{m,n-1})(P_{m,n} - P_{m,n+1}) > 0; \\ (P_{m,n} - P_{m-1,n-1})(P_{m,n} - P_{m+1,n+1}) > 0; \\ (P_{m,n} - P_{m+1,n-1})(P_{m,n} - P_{m-1,n+1}) > 0\}$$

在 1 维时, 第 2 类特征点也就是一次导数取得极值的点, 为了求得第 2 类极值点, 就要先计算各个方向的一次离散导数。本文使用中心差分来计算一次导数。即  $(m,n)$  像素在第 1 条邻接边上的一次导数为  $P_{m+1,n} - P_{m-1,n}$ , 其余方向上一次导数可类似地

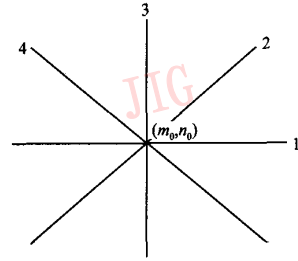


图 2 在一点处图像像素的结构

Fig. 2 Structure of pixel of images

计算。于是

$$\Phi_2(P) = \{(m,n) : 2 < m < M-1, 2 < n < N-1; \\ ((P_{m+1,n} - P_{m-1,n}) - (P_{m+2,n} - P_{m,n})) \times \\ ((P_{m+1,n} - P_{m-1,n}) - (P_{m,n} - P_{m-2,n})) > 0; \\ ((P_{m,n+1} - P_{m,n-1}) - (P_{m,n+2} - P_{m,n})) \times \\ ((P_{m,n+1} - P_{m,n-1}) - (P_{m,n} - P_{m,n-2})) > 0; \\ ((P_{m+1,n+1} - P_{m-1,n-1}) - (P_{m+2,n+2} - P_{m,n})) \times \\ ((P_{m+1,n+1} - P_{m-1,n-1}) - (P_{m,n} - P_{m-2,n-2})) > 0; \\ (P_{m+1,n-1} - P_{m-1,n+1}) - (P_{m+2,n-2} - P_{m,n}) \times \\ (P_{m+1,n-1} - P_{m-1,n+1}) - (P_{m,n} - P_{m-2,n+2}) > 0\};$$

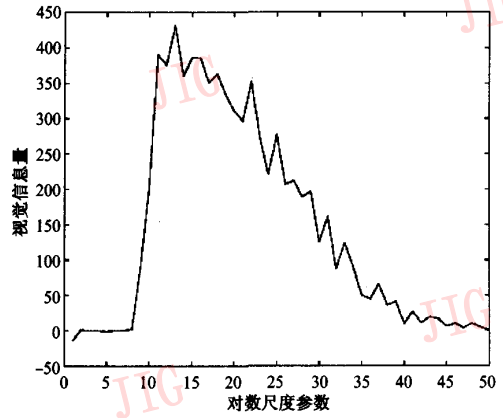
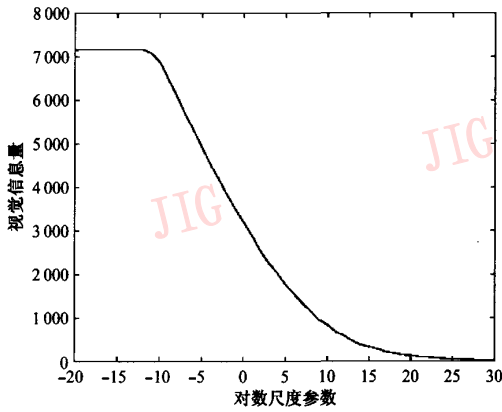
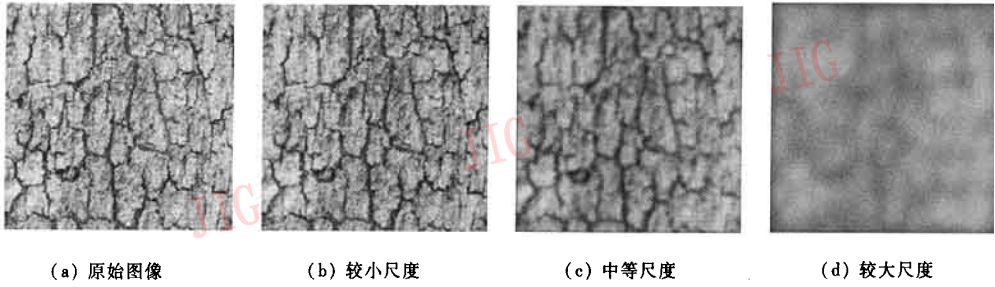
于是, 2 维离散图像  $P$  的信息量  $I_P = |\Phi_1(P)| + |\Phi_2(P)|$ 。

## 7 数值试验

下面将对本文提出的 2 维离散图像的信息量度量进行数值模拟。

图 3 是一幅纹理图像的多尺度表示以及在各个不同尺度下的视觉信息量度量, 其中, 图 3(a) 为原始图像, 图 3(b) ~ (d) 为从原图像得到的几个尺度下的图像表示(高斯多尺度表示, 本文只选取 3 幅作为代表), 由该图可见, 尺度越来越大! 图 3(e) 为原图像在各个尺度下信息量, 其中横坐标是尺度参数, 和文献[5]一样, 本文使用尺度参数的对数作为横坐标, 纵坐标是视觉信息量大小; 图 3(f) 为相邻两尺度的信息量随着尺度的增加而减少的曲线。

从图 3(e)、图 3(f) 可以看出, 随着尺度参数呈指数增加, 视觉信息量先是平缓地递减, 然后是剧烈递减, 最后又平缓地递减。在实验中, 尺度参数是呈指数增加的, 由于图像中视觉特征的尺度大多集中在一定的范围之内, 且一开始虽然尺度呈指数增加, 但是这些尺度仍然要比图像中大部分视觉特征的尺度要小, 所以视觉特征的丢失比较慢; 然后当尺度参



(e) 原始图像在各个尺度下的信息量

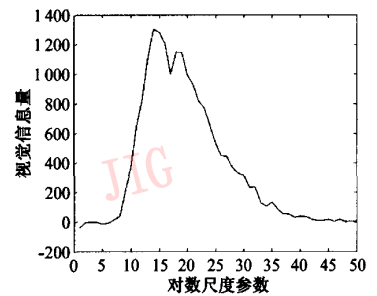
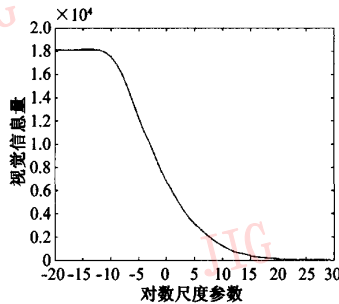
(f) 相邻两个尺度的信息量变化曲线

图 3 纹理图像尺度空间中视觉信息度量

Fig. 3 Information measures over scale space of texture image

数增加到图像中大部分视觉特征所在的尺度范围时,则随着尺度的增加图像的视觉特征开始大幅减少,于是视觉信息量开始大幅减少;最后当尺度参数增大到大于图像中绝大多数的视觉特征时,图像的视觉特征变得非常少,这时随着尺度的增加,图像的

视觉特征减少的速度也变慢。图 4 是一幅风景图像的试验结果,其与上述纹理图像类似,只是由于图像的大小和内容不同,所以不仅图像中视觉特征点的数目不同,而且信息量的绝对大小不同。



(a) 原始图像

(b) 图像在各个尺度下的信息量

(c) 相邻两个尺度信息量变化曲线

图 4 风景图像的数值试验结果

Fig. 4 Result of numerical experiment of scenic

### 8 结论

通常,人们是通过变换自己与场景的距离来观

察物体,而且在给定尺度的观测下,图像是通过灰度的变化告诉人们的,图像的非平凡的一阶和二阶零交叉点是图像的最重要的特征点。本文就是用这两种点的数量来度量图像上信息量的多少。本文证明

了这种定义也满足一些自然的要求,因而具有更多的视觉认知上的意义。实践证明,从视觉直观的角度上来讲,这个度量方法要比文献[4,5]中利用信息熵的度量方法要好。据分析,可以继续深入研究的东西很多,如基于视觉信息度量的应用以及如何将信息度量推广到其他各种尺度空间等。

### 参考文献 (References)

- 1 Lindeberg Tony. Scale-space: A framework for handling image structures at multiple scales [ A ]. In: Proceedings of the Conference European Organization for Nuclear Research School of Computing [ C ]. Egmond aan Zee, The Netherlands, 1996, 9: 8 ~ 21.
- 2 Lindeberg Tony. Scale-space for discrete signals [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(3): 234 ~ 254.
- 3 Lindeberg Tony, Romeny Harr. Linear scale-space [ A ]. In: Geometry-Driven Diffusion in Computer Vision [ C ], Dordrecht, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1994: 1 ~ 77.
- 4 Sporring Jon. The entropy of scale-space [ A ]. In: Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition [ C ], Vienna, Austria, 1996, 1: 900 ~ 904.
- 5 Sporring Jon, Weickert Joachim. Information measures in scale-spaces [ J ]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(3): 1051 ~ 1058.
- 6 Marr David. Vision [ M ]. San Francisco: CA, USA, Freeman Publishers, 1982.
- 7 Shi Yiyu, Tsui Hung Tat. Scale space filtering by Féjer kernel [ A ]. In: 1994 International Symposium on speech, Image processing and Neural Networks [ C ], HongKong, 1994: 13 ~ 16.
- 8 Witkin A P, Babaud J, Baudin M. Uniqueness of the Gaussian kernel for scale-space filtering [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986, 8(1): 26 ~ 33.
- 9 Henk J A M. Heijmans, Rein van den Boomgaard. Algebraic framework for linear and morphological scale-spaces [ J ]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2002, 13(1/2): 269 ~ 301.
- 10 Jackway P T, Deriche M. Scale-space properties of the multiscale morphological dilation-erosion [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1996, 18(1): 38 ~ 51.
- 11 Witkin A P. Scale space filtering [ A ]. In: Proceedings International Joint Conference Artificial Intelligence [ C ], Karlsruhe, West Germany, 1983: 1019 ~ 1022.
- 12 WADA Toshikazu, SATO Makoto. Scale-space tree and its hierarchy [ A ]. In: 10th International Conference on Pattern Recognition [ C ], Atlantic City, NJ, USA, 1990, 2: 103 ~ 108.
- 13 Rachid Deriche. Fast algorithms for low-level vision [ J ]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(1): 78 ~ 87.